III. Pengumpulan Data dan Analisis

- **Cara memperoleh data**
  - Zaman dahulu, dgn cara :
    1. Melempar dadu
    2. Mengocok kartu

  - Zaman modern (>1940), dgn cara membentuk bilangan acak secara numerik/ aritmatik(menggunakan komputer) , disebut "Pseudo Random Number" (bilangan pseudo acak).

- **Pembangkit bilangan acak, harus** :
  - Berdistribusi uniform(0,1) dan tidak berkorelasi antar bilangan.
  - Membangkitkan cepat, storage tidak besar
  - Dapat di "reproduce"
  - Periode besar, karena mungkin bil.acak dibangkitkan berulang

$$X_n = (aX_{n-1}) \text{ modulo } m$$

Dimana :

- Bil. Pseudo dimulai dgn nilai awal X_0 yang disebut benih.
- a & m : bilangan bulat positif tertentu
- aX_{n-1} dibagi dgn m dan sisanya diambil sebagai nilai X_n

- Agar X_n berperilaku acak yang dapat dipertanggungjawabkan :

  - Modulo m dipilih sebesar mungkin untuk memperbesar periode
  - a dipilih agar korelasi antar X_n minimum
  - Benih X_o: bil. Bulat positif ganjil, $X_o<m$
  - Bil acak : $U_i = X_n/m$

Metode Pembangkit Kongruen Campuran

$X_n = (aX_{n-1} + C) \text{ mod.} m$

Pemilihan a,c, m dan x_0 :

- $m = 2w-1$
- $a \cong 2w/2$ dan $a \equiv 1 \pmod 4$
- c & X_0 bil. Bulat positif ganjil < m
  ($c<m$, $X_0<m$)

Catatan:

- Periode pembangkit multiplikatif m/4
- Pembangkit campuran dgn periode penuh (=m) jika :
  - m dan c pembagi bersamanya adalah 1
  - Jika m habis dibagi oleh bil. q yang prima, maka (a-1) juga habis dibagi oleh q
  - Jika m habis dibagi 4 maka begitu pula (a-1)

Contoh:

- Metode Kongruen Multiplikatif
  misal komputer berkapasitas 12 bit word
  - ➢ W = 12

  m = 2 w-1 = 2 11 = 2048
  a = 67 ⇒ a ≈ 2 6 & a ≡ 3 (mod 8)
  misal : Xo = 129
  - ➢ X1 = (67)(129) mod 2048 = 451

  X2 = (67)(451) mod 2048 = 1545
  X3 = (67)(1545)mod 2048 = 1115
  X4 = (67)(1115)mod 2048 = 977
  - ➢ U1 = 451/2048 = 0,22015

  U2 = 1545/2048 = 0,754395
  U3 = 1115/2048 = 0,544434
  U4 = 977/2048 = 0,477051
  - ➢ Periode : m/4 = 2048/4 = 512

U1 = U513
U2 = U514

- Metode kongruen campuran
  misal komputer berkapasitas 12 bit word
  - ➢ a = 65 (≈ 2 6 & ≡ 1 mod 4)

  m = 2 12-1 = 2048
  misal c = 1 , Xo = 129

X1 = {(65).(129)+1} mod 2048 = 194
X2 = {(65).(194)+1} mod 2048 = 323
X3 = {(65).(323)+1} mod 2048 = 516
X4 = {(65).(516)+1} mod 2048 = 773

U1 = 194/2048 = 0,094727
U2 = 323/2048 = 0,157715
U3 = 516/2048 = 0,251953
U4 = 773/2048 = 0,377441

Variabel Acak (Random Number)

- Definisi: suatu fungsi atau aturan yang menunjukkan sebuah bilangan riil untuk suatu titik sampel pada ruang sampel S

- Biasanya variabel acak dinyatakan dengan huruf besar X, Y, Z dan nilai variabel acaknya dimisalkan dengan huruf kecil x, y, z.

- Variabel Acak terdiri dari :
* Variabel Acak Diskrit
* Variabel Acak Kontinu

Variabel Acak Diskrit

- Variabel X adalah variable acak diskrit jika X banyak nilainya dapat dihitung (berkorelasi 1-1 dengan bilangan bulat positif)
  Untuk var.acak diskret X: p(x)=P(X=x)

Variabel Acak Kontinu

- Variabel X adalah variabel acak kontinu jika banyaknya nilai x_i tak dapat dihitung, bila ada fungsi non-negatif f(x) sedemikian sehingga utk sekumpulan bilangan Riil B (misal 1<B<2)
  $P(X\in B)=\int f(x)dx$ atau $\int f(x)\,dx$

dan $\int f(x)\,dx = 1$

Semua nilai probabilitas X dapat dihitung melalui f(x) yang disebut : <u>fungsi densitas probabilitas variabel acak kontiniu X</u>

Untuk variabel acak kontiniu X:
$P(X=x) = P(X\in[x,x]) = \int f(y)dy = 0$
tetapi $P(X \in[x,x+\Delta x] = \int f(y)dy$

Distribusi Binomial

- Ciri: * Percobaan terdiri dari n ulangan independen, yang dapat diklasifikasikan menjadi berhasil atau gagal
  * Probabilitas berhasil (p) dari satu ulangan ke ulangan lainnya konstan.
- Fungsi Probabilitas: $C_{n,k}\,p^k(1-p)^{n-k}$
- Nilai Ekspektasi: **np**
- Varians: $np(1-p)$

Algoritma Binomial:

- Bangkitkan U
- C=P/(1-P), I=0, pr=(1-P)n, F=pr
- if U<F, then x=I, stop

- Pr={C (n-i)/(i+1)}pr, F=F+pr, i=i+1
- Go to 3

Distribusi Poisson

Ciri: Dalam selang waktu T jumlah peristiwa terjadi independen terhadap jumlah kejadian yang terjadi pada waktu yang lain, dengan peluang kejadian tunggal selama periode waktu sangat singkat proporsional terhadap panjang interval waktu. Peluang lebih dari satu kejadian dlm waktu yang sangat singkat *neglibible*.
Fungsi Probabilitas

$$\frac{\lambda^{k} e^{-\lambda}}{k!}$$

- Nilai Ekspektasi : λ
- Varians : λ

- Algoritma:
- Bangkitkan U U(0,1)
- i=0, p=e-λ , F=P
- if U<F then x=i stop
- p=λp/(i+1), F=F+P, i=i+1
- Go to 3

Distribusi Hipergeometri

- Ciri: Sampel acak dengan ukuran n dipilih dari populasi ukuran N, dimana sejumlah k dapat diklasifikasikan sukses dan N-k gagal.
- Fungsi Probabilitas:

$$\frac{C_{M,x} \, C_{N-M,n-x}}{C_{N,n}}$$

- Nilai Ekspektasi:

$$n\left(\frac{M}{N}\right)$$

- Varians:

$$\frac{nM(N-M)(N-n)}{N^{2}(N-1)}$$

Distribusi Acak Kontinu

Algoritma:

- bangkitkan bilangan acak U1 dan U2
- Set t=-log(U1U2)
- Bangkitkan bilangan acak U3
- X=tU3, Y=t-X

Distribusi Eksponensial

- Fungsi Probabilitas:

$$f(x) = ae^{-ax}$$

- Nilai Ekspektasi

$$\frac{1}{a}$$

- Varians:

$$\frac{1}{a^2}$$

Distribusi Normal

- Fungsi Probabilitas:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- Nilai Ekspektasi: 0

- Varians: 1

Algoritma:

- Bangkitkan bilangan acak U1 dan U2
- Set V1=2U1-1; V2=2U2-1; W=V11+V22
- if W>1 go to 1

else set Y=

X1=V1Y;   X2=V2Y

• **Bernoulli**
– percobaan Bernoulli:
• Hasil percobaan antara sukses dan gagal saja.
• Probabilitas sukses p adalah sama pada setiap percobaan.
• Percobaan independen: hasil dari satu percobaan tidak mempengaruhi percobaan selanjunya.
- Contoh: Melempar koin atau dadu.

• **Gamma**
– Aplikasi: distribusi dasar statistik untuk variabel yang satu ujungnya terbatas, misalnya $x \geq 0$. Sering digunakan pada teori antrian, realibilitas, dan masalah industrial lainnya.
– Contoh: Distribusi waktu antara kalibrasi ulang suatu instrumen setelah k kali penggunaan; waktu antara pengadaan barang di gudang, waktu suatu sistem tidak berjalan dengan komponen yang tersedia.
- Komentar: Distribusi Erlangian, exponential, and chi- square adalah kasus khusus. Dirichlet adalah distribusi Beta yang multi-dimensi.

• **Uniform**
– Aplikasi: memberikan probabilitas kejadian dalam suatu interval dari pengamatan yang terjadi dalam interval tersebut, yaitu berbanding lurus dengan panjang interval.
- Contoh : Digunakan untuk membangkitkan nilai acak.
- Catatan: Kasus khusus dari distribusi beta.

• **Log-normal**
– Aplikasi: representasi dari variabel acak yang logaritmanya mengikuti distribusi normal. Model untuk waktu untuk melaksanakan tugas manual seperti merakit, inspeksi, atau perbaikan.
Jika data berdistribusi lognormal, mean geometris deskriptor yang lebih baik dari mean. Semakin data dekat dengan distribusi lognormal, semakin dekat mean geometris ke median, karena mengekspresikan dengan log menghasilkan distribusi yang simetris.